Propriété

Soit $\overrightarrow{V}$ un vecteur d'affixe z , on a $\left\|\vec{V}\right\| = |z|$.

Soient A et B deux points d'affixes respectives z_A et z_B, on a $AB = |z_B - z_A|$.

Exercice : 6

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $a = 2 - 3i$ et $b = 5 - i$. Quelle est la nature du triangle OAB ?

Exercices : 9 et 11 page 19

Propriétés

$|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$; $|-z| = |z|$; $|\overline{z}| = |z|$; $|z + z'| \leq |z| + |z'|$

$|zz'| = |z|.|z'|$; $|z^n| = |z|^n$, $n \in \mathbb{N}^*$; si $z' \neq 0$ alors $\left|\frac{1}{z'}\right| = \frac{1}{|z'|}$ et $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$

$z\overline{z} = |z|^2$ (donc $z\overline{z} \in \mathbb{R}_+$) ; si $z \neq 0$ alors $\frac{1}{z} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}$

Exercices 5 et 7 page 19.

b) Argument

Définition

Soit le nombre complexe non nul z de forme algébrique a + ib et soit M le point d'affixe z.

On appelle argument de z tout nombre réel θ tel que $\theta \equiv (\vec{u}, \overrightarrow{OM})\ [2\pi]$

On note $\theta \equiv \arg(z)\ [2\pi]$

Remarque

θ n'est pas unique, il est défini à $2k\pi$ près ($k \in \mathbb{Z}$) c'est-à-dire modulo 2π .

Propriétés

Soient z et z' deux nombres complexes non nuls, on a :

- $\arg(zz') \equiv \arg z + \arg z' \quad [2\pi]$
- $\arg\left(\frac{1}{z}\right) \equiv -\arg z \quad [2\pi]$
- $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) \equiv \arg z - \arg z' \quad [2\pi]$
- $\arg(z^n) \equiv n \arg z \quad [2\pi]$
- $\arg(\overline{z}) \equiv -\arg z \quad [2\pi]$
- $\arg(-z) \equiv \arg z + \pi \quad [2\pi]$

Exercice : 7

Soit $z_1 = 2 + 2i$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$. Écrire z_1 et z_2 sous la forme trigonométrique.

En déduire les formes trigonométriques de $z_1 \times z_2$; $\frac{z_1}{z_2}$; $(z_1)^3$; $\overline{z_1}$; $-z_2$; $\frac{(z_1)^2}{\overline{z_2}}$

Exercices : 15 et 16 page 20 ; 27 page 21.